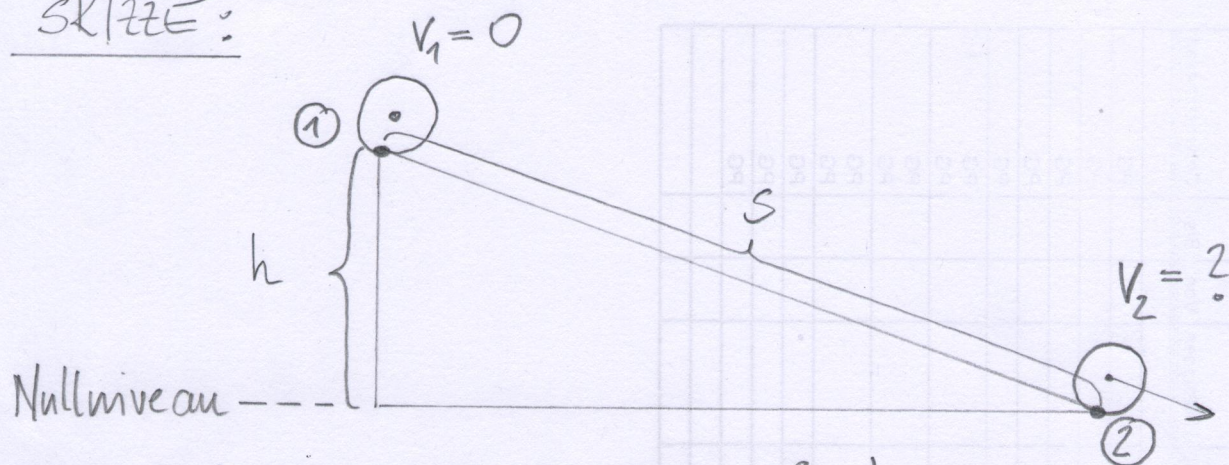


ABROLLEN) ENDGESCHWINDIGKEIT

SKIZZE:



Energieerhaltungssatz (reibungsfrei):

$$E_{\text{ges}1} = E_{\text{ges}2}$$

$$E_{\text{POT}1} = E_{\text{KIN, TRANS}2} + E_{\text{KIN, ROT}2}$$

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{I\omega_2^2}{2} \quad \text{mit } v = \omega \cdot r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$$

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{Iv_2^2}{2r^2}$$

$$mgh = v_2^2 \left(\frac{m}{2} + \frac{I}{2r^2} \right)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{m}{2} + \frac{I}{2r^2}}}$$

Trägheitsmomente:

$$I_{\text{Kugel}} = \frac{2}{5}mr^2$$

$$I_{\text{Zyl}} = \frac{1}{2}mr^2$$

$$I_{\text{Hohlzyl}} = \frac{1}{2}m(r^2 + r_i^2) \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{Innenradius}}}{=} \frac{1}{2}m(r^2 + r^2) = \frac{1}{2}m \cdot 2r^2 = mr^2$$

Wenn Handstärke $\downarrow \Rightarrow r_i \approx r$

$$v_{2,Kugel} = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{m}{2} + \frac{\frac{2}{5}mr^2}{2r^2}}}$$

$$v_{2,Kugel} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}}$$

$$v_{2,Kugel} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{5}{10} + \frac{2}{10}}}$$

$$v_{2,Kugel} = \sqrt{\frac{10}{7} gh}$$

$$v_{2,Kugel} \approx 1,195 \cdot \sqrt{gh}$$

$$v_{2,Zyl} = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{m}{2} + \frac{\frac{1}{2}mr^2}{2r^2}}}$$

$$v_{2,Zyl} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}}$$

$$v_{2,Zyl} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{2}{4} + \frac{1}{4}}}$$

$$v_{2,Zyl} = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$$

$$v_{2,Zyl} \approx 1,155 \sqrt{gh}$$

$$v_{2,Hohlzyl} = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{m}{2} + \frac{\frac{1}{2}mr^2}{2r^2}}}$$

$$v_{2,Hohlzyl} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}}$$

$$v_{2,Hohlzyl} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{2}{2}}}$$

$$v_{2,Hohlzyl} = \sqrt{gh}$$

$$v_{2,Hohlzyl} = 1 \cdot \sqrt{gh}$$

D.h.: $v_{2,Kugel} > v_{2,Zyl} > v_{2,Hohlzyl}$ unabhängig von r & m

$\Rightarrow$ Dauer t des Abrollens:

$$t_{Kugel} < t_{Zyl} < t_{Hohlzyl}.$$

auch für $m_{Kugel} = m_{Zyl} = m_{Hohlzyl} = m$
bzw. $r_{Kugel} = r_{Zyl} = r_{Hohlzyl} = r$

Die unterschiedliche Abrolldauer ergibt sich somit nur durch die unterschiedlichen Trägheitsmomente (siehe oben!)