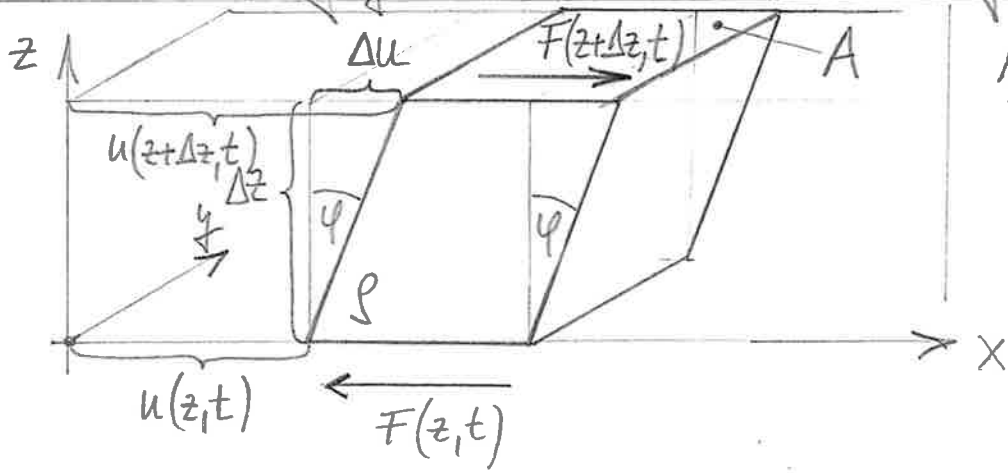


# Schubschwingungen Balken - Wellengleichung 1/2



$$\tau = \frac{F}{A} \quad \text{Schubspannung}$$

$$\tan \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta z}, \quad \text{wenn } \varphi \downarrow \Rightarrow \tan \varphi \approx \varphi$$

$$\Rightarrow \varphi \approx \frac{\Delta u}{\Delta z} \quad \text{bzw.} \quad \varphi = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta z} = u'$$

Hookesches Gesetz für Scherung:

$$\tau = G \cdot \varphi \quad (\text{analog zu } \sigma = E \cdot \epsilon \text{ bei Zug- bzw. Druckbeanspruchung})$$

$\uparrow$  Schubspg     $\uparrow$  Schubmodul     $\uparrow$  Gleitung (früher Schiebung)

$$\Rightarrow \tau = G \cdot u' \quad | \cdot A$$

$$F = \tau \cdot A = G \cdot A \cdot u'$$

Newton II:  $\Delta m \cdot \ddot{u}(z_s, t) = F(z+\Delta z, t) - F(z, t)$

$$\rho \cdot A \cdot \Delta z \cdot \ddot{u}(z_s, t) = G A u'(z+\Delta z, t) - G A u'(z, t) \quad | : \Delta z$$

$$\rho \cdot \ddot{u}(z_s, t) = G \cdot \frac{u'(z+\Delta z, t) - u'(z, t)}{\Delta z} \quad \left( \lim_{\Delta z \rightarrow 0} (\dots) \right)$$

$$\rho \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \ddot{u}(z_s, t) = G \cdot \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{u'(z+\Delta z, t) - u'(z, t)}{\Delta z}$$

$$\rho \cdot \ddot{u}(z, t) = G \cdot u''(z, t)$$

$$\ddot{u} = \underbrace{\frac{G}{\rho}}_{=c^2} u''$$

Wellengleichung

$$\Rightarrow c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{für} \quad u(z,t) = u_0 \cdot \sin(\omega t - kz)$$

↑  
Phasengeschwindigkeit