Wellengl. für Schall (1D)

Luftdruck $p_0 = \text{const.}$	$p(x,t) \ll p_0$	$p_{ges}(x,t) = p_0 + p(x,t) = p_0 + p$
Luftdichte $\rho_0 = \text{const.}$	$\rho(x,t) \ll \rho_0$	$\rho_{ges}(x,t) = \rho_0 + \rho(x,t) = \rho_0 + \rho$
Strömungsgeschw. $v_0 = 0$	$v(x,t)$	$v_{ges}(x,t) = v(x,t) = v$
	„Auslenkungen"	

KG:

$$\frac{\partial \rho_{ges}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_{ges} \cdot v_{ges}\right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_0 + \rho\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\rho_0 + \rho\right) \cdot v\right) = 0$$

$$\underbrace{\frac{\partial \rho_0}{\partial t}}_{=0} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \cdot v\right)}_{\approx 0 \text{ (Linearisierung)}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

IG:

$$\rho_{ges} \frac{\partial v_{ges}}{\partial t} + \rho_{ges} \cdot v_{ges} \cdot \frac{\partial v_{ges}}{\partial x} + \frac{\partial p_{ges}}{\partial x} = 0$$

$$\underbrace{\left(\rho_0 + \rho\right)}_{\approx \rho_0} \frac{\partial v}{\partial t} + \underbrace{\left(\rho_0 + \rho\right)}_{\approx \rho_0} \cdot \underbrace{v \cdot \frac{\partial v}{\partial x}}_{\approx 0 \text{ (Linearisierung)}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(p_0 + p\right)}_{=0 \text{ für } p_0} = 0$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$\frac{\partial}{\partial t}(\ldots)$ (KG):

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = 0$$

$\frac{\partial}{\partial x}(\ldots)$ (IG):

$$\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

$(-)$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

(„?" $\underbrace{\text{Zh. zw. } \rho \leftrightarrow p}_{\hat{=} \text{ Materialgesetz}}$)

2|2

„Materialgesetz": allgem: $p \cdot V^{\varkappa} = \text{const.} \quad \Big| \; \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$

(adiabatische ZÄ)

$$p \cdot \left(\frac{m}{\rho}\right)^{\varkappa} = \text{const}$$

$$p \cdot \frac{m^{\varkappa}}{\rho^{\varkappa}} = \text{const.} \quad \Big| \; : m^{\varkappa}$$

$$\frac{p}{\rho^{\varkappa}} = \underbrace{\frac{\text{const.}}{m^{\varkappa}}} = \text{const.}$$

$$\Rightarrow \frac{p_{ges}}{\rho_{ges}^{\varkappa}} = \frac{p_0}{\rho_0^{\varkappa}} \Rightarrow \frac{p_0 + p}{(\rho_0 + \rho)^{\varkappa}} = \frac{p_0}{\rho_0^{\varkappa}} \Rightarrow p = \frac{p_0}{\rho_0^{\varkappa}}(\rho_0 + \rho)^{\varkappa} - p_0$$

$p = \varkappa \frac{p_0}{\rho_0} \cdot \rho + \mathcal{O}(\rho^2)$ (TAYLOR bzw. ausmultiplizieren)

allgem. ZG: $\frac{p_0 \cdot V_0}{m} = \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{nRT}{m} = \frac{nRT}{n \cdot M} = R_s \cdot T$

Molmasse

$$\rightarrow p = \varkappa \cdot R_s T \cdot \rho$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \underbrace{\varkappa \cdot R_s \cdot T}_{= c^2} \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}$$

$= c^2$ ... für fortschreitende Welle

Ansatz für Lösung: $\rho(x,t) = \rho_A \cdot \sin(\omega t - k \cdot x)$

Die adiabatische Zustandsänderung

1. HS d. TD: $dU = dQ + dW$

adiabatisch heißt $dQ = 0$, d.h. kein Wärmeaustausch

$$\Rightarrow dU = dW \quad \text{dff.} \quad \left(\text{6. Kl.: } U = \underbrace{\tfrac{3}{2} Nk}_{=c_V} T\right)$$

$$c_V \cdot dT = -p \cdot dV$$

$$p \cdot V = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V} \Rightarrow T = \frac{p \cdot V}{nR}$$

$$c_V \, dT = -\frac{nRT}{V} \cdot dV$$

$$\int \frac{dT}{T} = -\frac{nR}{c_V} \int \frac{dV}{V}$$

$$\ln T = -\frac{nR}{c_V} \ln V$$

mit $nR = c_p - c_V \Longrightarrow$

$$\ln T = -\frac{c_p - c_V}{c_V} \ln V$$

$$\ln T + \Big(\underbrace{\frac{c_p}{c_V}}_{=\varkappa \text{ ... Adiabatenexponent}} - 1\Big) \ln V = \text{const.}$$

3. log-Regel: $\log u^v = v \cdot \log u$

$$\ln T + \ln V^{\varkappa - 1} = \text{const.}$$

1. log-Regel: $\log(u \cdot v) = \log u + \log v$

$$\ln\left(T \cdot V^{\varkappa-1}\right) = \text{const.}$$

$$T \cdot V^{\varkappa-1} = \text{const.}$$

$$\frac{p \cdot V}{nR} V^{\varkappa-1} = \text{const.} \xrightarrow{\cdot nR} p \cdot V^{\varkappa} = \underbrace{n \cdot R \cdot \text{const.}}_{= \text{const.}} \checkmark$$

$c_p - c_V = nR$ (Ableitung)

c_p ... spez. WK bei konst. p

c_V ... —— " —— V

$c_{p,m} = \frac{c_p}{n}$ ... molare WK bei konst. p

$c_{V,m} = \frac{c_V}{n}$ ... —— " —— V

allgem. ZG: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

innere E.: $U = c_V \cdot T = n \cdot c_{V,m} \cdot T$

Enthalpie (reine Rechengröße): Def: $H = U + p \cdot V$

UND $H = c_p \cdot T = n \cdot c_{p,m} \cdot T$

$$\Longrightarrow \underbrace{\cancel{n} \cdot c_{p,m} \cdot \cancel{T}}_{=H} = \underbrace{\cancel{n} \cdot c_{V,m} \cdot \cancel{T}}_{=U} + \underbrace{\frac{\cancel{n}R\cancel{T}}{\cancel{V}}}_{=p} \cdot \cancel{V}$$

$$c_{p,m} = c_{V,m} + R \Longrightarrow c_{p,m} - c_{V,m} = R$$

bzw. ohne Kürzung von n:

$$\underbrace{n \cdot c_{p,m}}_{c_p} = \underbrace{n \cdot c_{V,m}}_{c_V} + nR$$

$$c_p - c_V = nR$$